

1. Popište všechna řešení \mathbf{x} následující soustavy lineárních rovnic v závislosti na parametrech $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & b \\ a & 1 & a & a+ab \\ b & 0 & a+b & 1+b^2 \\ b & 0 & b & a-2b+b^2 \end{pmatrix} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} a \\ 1+a^2 \\ 4+ab \\ 1+a+ab \end{pmatrix}$$

(3 body)

2. Stopa matice $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je definována jako $\text{trace}(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_{ii}$, tedy je to součet prvků na diagonále matice \mathbf{A} . Dokažte, že pro každé dvě matice $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ platí, že $\text{trace}(\mathbf{AB}) = \text{trace}(\mathbf{BA})$.

(3 body)